

## HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

### Phần 1: Các hàm số lượng giác

#### 2.1. Mối liên hệ giữa tập xác định với các hàm số (Các hàm có thể chứa căn)

##### 2.1.1. Hàm liên quan tới sin và cosin (4 câu)

Câu 1: Tập xác định của hàm số  $y = \sin \frac{x}{x+1}$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

**B.**  $D = (-1; +\infty)$

**C.**  $D = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$

**D.**  $D = \mathbb{R}$

Câu 2: Tập xác định của hàm số  $y = \sin \sqrt{-x}$  là :

**A.**  $D = [0; +\infty)$

**B.**  $D = (-\infty; 0)$

**C.**  $D = \mathbb{R}$

**D.**  $D = (-\infty; 0]$

Câu 3: Tập xác định của hàm số  $y = \cos \sqrt{1-x^2}$  là :

**A.**  $D = (-1; 1)$

**B.**  $D = [-1; 1]$

**C.**  $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

**D.**  $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Câu 4: Tập xác định của hàm số  $y = \cos \sqrt{\frac{x+1}{x}}$  là :

**A.**  $D = [-1; 0)$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

**C.**  $D = (-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$

**D.**  $D = (0; +\infty)$

Câu 5: Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{1 - \cos^2 x}$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R}$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 6: Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\cos x - 1} + 1 - \cos^2 x$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**B.**  $D = \{0\}$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**D.**  $D = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 7: (Nâng cao) Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**D.**  $D = \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 8: (Nâng cao) Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{1 - \sin x}$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

##### 2.1.2. Hàm liên quan tới tan và cotan (2 câu)

Câu 9: Tập  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$  là tập xác định của hàm số nào sau đây?

**A.**  $y = \tan x$

**B.**  $y = \cot x$

**C.**  $y = \cot 2x$

**D.**  $y = \tan 2x$

Câu 10: Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 11: Tập xác định của hàm số  $y = \tan \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 12: Tập xác định của hàm số  $y = \cot \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 13:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  là :

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     **C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$**     D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

### 2.1.3. Hàm hỗn hợp và dùng kĩ thuật đánh giá hoặc sử dụng các công thức biến đổi (2 câu)

**Câu 14:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}}$  là :

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$     C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$     **D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$**

**Câu 15:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$  là :

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$     B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$     C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     **D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$**

**Câu 16:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{1 - \sin x} + \sqrt{1 - \cos x}$  là :

- A.  $D = \mathbb{R}$**     B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$     C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

**Câu 17:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x + \frac{1}{1 + \tan^2 x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$     **C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$**     D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

**Câu 18:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x + \cos x}$  là :

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     **B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$**     C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$     D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

### 2.2. Mối liên hệ giữa các hàm số và bảng biến thiên của chúng (3 câu)

#### • Nhận dạng từ đồ thị

**Câu 19:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào cho dưới đây ?

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
y	0	1	0	-1	0

- A.  $y = 1 + \sin x$     B.  $y = \cos 2x$     **C.  $y = \sin x$**     D.  $y = \cos x$

**Câu 20:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào cho dưới đây ?

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
y	1	0	-1	0	1

- A.  $y = \sin x$     **B.  $y = \cos x$**     C.  $y = \sin 2x$     D.  $y = 1 + \cos x$

**Câu 21:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào cho dưới đây ?

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$
y	$-\infty$	0	$+\infty$

A.  $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

B.  $y = \cot x$

C.  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

D.  $y = \tan x$

**Từ bảng biến thiên suy ra tính đơn điệu**

**Câu 22:** Xét hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $[-\pi; 0]$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. Trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right); \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số luôn đồng biến.

B. Trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số nghịch biến.

C. Trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số đồng biến.

D. Trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right); \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số luôn nghịch biến.

**Câu 23:** Xét hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $[0; \pi]$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. Trên các khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right); \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số luôn đồng biến.

B. Trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số nghịch biến.

C. Trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số đồng biến.

D. Trên các khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right); \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số luôn nghịch biến.

**Câu 24:** Xét hàm số  $y = \cos x$  trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. Trên các khoảng  $(-\pi; 0); (0; \pi)$  hàm số luôn nghịch biến.

B. Trên khoảng  $(-\pi; 0)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $(0; \pi)$  hàm số nghịch biến.

C. Trên khoảng  $(-\pi; 0)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $(0; \pi)$  hàm số đồng biến.

D. Trên các khoảng  $(-\pi; 0); (0; \pi)$  hàm số luôn đồng biến.

**Câu 25:** Xét hàm số  $y = \tan x$  trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số luôn đồng biến.

B. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số nghịch biến.

C. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số đồng biến.

D. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số luôn nghịch biến.

**Câu 26:** Xét hàm số  $y = \cot x$  trên khoảng  $(-\pi; 0)$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. Trên khoảng  $(-\pi; 0)$  hàm số luôn đồng biến.

B. Trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số nghịch biến.

C. Trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số đồng biến.

D. Trên khoảng  $(-\pi; 0)$  hàm số luôn nghịch biến.

**2.3. Mối quan hệ giữa các hàm số và tính chẵn lẻ ( 4 câu)**

**Câu 27:** Chọn khẳng định **sai** về tính chẵn lẻ của hàm số trong các khẳng định sau.

A. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ.

**C.** Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số chẵn

B. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn

D. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ

**Câu 28:** Trong các hàm số sau đây là hàm số chẵn ?

A.  $y = \sin 2x$

B.  $y = 3 \sin x + 1$

C.  $y = \sin x + \cos x$

**D.**  $y = \cos 2x$

**Câu 29:** Trong các hàm số sau đây là hàm số lẻ?

A.  $y = \cos(-3x)$

**B.**  $y = \sin x \cdot \cos^2 x + \tan x$

C.  $y = \cos(2x) + \cos x$

D.  $y = \cos^2 x$

**Câu 30:** Trong các hàm số sau đây là hàm số chẵn?

**A.**  $y = \sin^4 x$

B.  $y = \sin x \cdot \cos x$

C.  $y = \sin x + \sin 3x$

D.  $y = \tan 2x$

**Câu 31:** Trong các hàm số sau đây là hàm số lẻ?

A.  $y = \cos^4 x + \sin^4 x$

B.  $y = \sin x - \cos x$

C.  $y = 2 \sin x - 2$

**D.**  $y = \cot x$

#### 2.4. Mối quan hệ giữa các hàm số và tính tuần hoàn, chu kỳ (4 câu)

**Câu 32:** Khẳng định nào sau đây là sai về tính tuần hoàn và chu kỳ của các hàm số ?

A. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số tuần hoàn chu kỳ  $2\pi$

**B.** Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số tuần hoàn chu kỳ  $\pi$

C. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số tuần hoàn chu kỳ  $\pi$

D. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số tuần hoàn chu kỳ  $\pi$

**Câu 33:** Hàm số  $y = \sin 2x$  tuần hoàn với chu kỳ :

A.  $2\pi$

**B.**  $\pi$

C.  $\frac{\pi}{2}$

D.  $\frac{\pi}{4}$

**Câu 34:** Hàm số  $y = \cos \frac{x}{3}$  tuần hoàn với chu kỳ :

A.  $2\pi$

B.  $\frac{\pi}{3}$

**C.**  $6\pi$

D.  $3\pi$

**Câu 35:** Hàm số  $y = \sin 2x + \cos \frac{x}{2}$  tuần hoàn với chu kỳ :

**A.**  $4\pi$

B.  $\pi$

C.  $\frac{\pi}{2}$

D.  $\frac{\pi}{4}$

**Câu 36:** Hàm số  $y = \sin^2 x$  tuần hoàn với chu kỳ :

A.  $2\pi$

**B.**  $\pi$

C.  $\frac{\pi}{2}$

D.  $4\pi$

**Câu 37:** Hàm số  $y = \tan x + \cot 3x$  tuần hoàn với chu kỳ :

A.  $\frac{\pi}{3}$

B.  $3\pi$

C.  $\frac{\pi}{6}$

**D.**  $\pi$

**Câu 38:** Hàm số  $y = 2 \sin x \cdot \cos 3x$  tuần hoàn với chu kỳ :

A.  $\frac{\pi}{3}$

B.  $6\pi$

C.  $\frac{\pi}{2}$

**D.**  $\pi$

#### 2.5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số lượng giác

##### 2.5.1. Hàm số đánh giá dựa vào đk hoặc tập giá trị (4 câu)

**Câu 39:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$  là:

**A.**  $M = 5; m = 1$

B.  $M = 5; m = 3$

C.  $M = 3; m = 1$

D.  $M = 3; m = 0$

**Câu 40:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  là:

A.  $M = 1; m = -1$

**B.**  $M = 2; m = 0$

C.  $M = 2; m = 1$

D.  $M = 1; m = 0$

**Câu 41:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  là:

A.  $M = \sqrt{2}; m = -1$

B.  $M = 1; m = -\sqrt{2}$

**C.**  $M = \sqrt{2}; m = -\sqrt{2}$

D.  $M = 1; m = -1$

**Câu 42:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = 4 \sin \sqrt{x}$  là:

A.  $M = 4; m = -1$

B.  $M = 0; m = -1$

C.  $M = 4; m = 0$

**D.**  $M = 4; m = -4$

**Câu 43:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \cos x$  trên  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là:

**A.**  $M = 1; m = 0$

B.  $M = 1; m = -1$

C.  $M = 0; m = -1$

D. Cả A, B, C đều sai

**Câu 44:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \sin x$  trên  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$  là:

A.  $M = 1; m = -1$

B.  $M = 0; m = -1$

C.  $M = 1; m = 0$

D. Đáp số khác

### 2.5.2. Đặt ẩn phụ đưa về hàm số bậc 2 ( 4 câu)

**Câu 45:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \sin^2 x + 2\sin x + 5$  là:

A.  $M = 8; m = 2$

B.  $M = 5; m = 2$

C.  $M = 8; m = 4$

D.  $M = 8; m = 5$

**Câu 46:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \sin^2 x + \cos x + 2$  là:

A.  $M = 3; m = \frac{1}{4}$

B.  $M = \frac{13}{4}; m = 1$

C.  $M = \frac{13}{4}; m = 3$

D.  $M = 3; m = 1$

**Câu 47:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \cos 2x - 2\cos x - 1$  là:

A.  $M = 2; m = -\frac{5}{2}$

B.  $M = 2; m = -2$

C.  $M = -2; m = -\frac{5}{2}$

D.  $M = 0; m = -2$

**Câu 48:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin 2x$  là:

A.  $M = 0; m = -\frac{3}{2}$

B.  $M = 0; m = -\frac{1}{2}$

C.  $M = \frac{3}{2}; m = 0$

D.  $M = \frac{3}{2}; m = -\frac{1}{2}$

**Câu 49:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \sin^6 x + \cos^6 x + \frac{3}{2}\sin 2x + 1$  là:

A.  $M = \frac{7}{4}; m = -\frac{1}{4}$

B.  $M = \frac{9}{4}; m = -\frac{1}{4}$

C.  $M = \frac{11}{4}; m = -\frac{1}{4}$

D.  $M = \frac{11}{4}; m = 2$

**Câu 50:** Giá trị lớn nhất (M); giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = 3 + \sin 2x + 2(\cos x + \sin x)$  là:

A.  $M = 4 + 2\sqrt{2}; m = 1$

B.  $M = 4 + 2\sqrt{2}; m = 2\sqrt{2} - 4$

C.  $M = 4 - 2\sqrt{2}; m = 1$

D.  $M = 4 + 2\sqrt{2}; m = 2\sqrt{2} - 4$

### 2.6. Ứng dụng phép tịnh tiến, đối xứng tâm vào vẽ đồ thị hàm số ( 2 câu)

**Câu 51:** Cho đồ thị hàm số  $y = \cos x$ . Tịnh tiến lên trên hai đơn vị ta được đồ thị hàm số nào sau đây?

A.  $y = \cos x + 2$

B.  $y = \cos x - 2$

C.  $y = \cos(x + 2)$

D.  $y = \cos(x - 2)$

**Câu 52:** Phép tịnh tiến theo véc tơ  $\vec{u}\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$  biến đồ thị hàm số  $y = \sin x$  thành đồ thị hàm số:

A.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

B.  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

C.  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$

D.  $y = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - 1$

**Câu 53:** Khẳng định nào sau đây là đúng về vẽ đồ thị hàm số  $y = \sin(x - 3)$  từ đồ thị hàm số  $y = \sin x$  ?

A. Tịnh tiến lên trên 3 đơn vị.

B. Tịnh tiến sang trái 3 đơn vị

C. Tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị.

D. Tịnh tiến sang phải 3 đơn vị

### 2.7. Câu hỏi khác (1 câu)

**Câu 54:** Câu khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$

B. Hàm số  $y = \tan x$  có tập giá trị là  $\mathbb{R}$

C. Hàm số  $y = \tan x$  có 1 đường tiệm cận là đường thẳng  $x = \frac{\pi}{2}$

D. Hàm số  $y = \cot x$  có 1 đường tiệm cận là đường thẳng  $y = \pi$

## Phần 2: Phương trình lượng giác cơ bản

### 2.1. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\sin x = m$ ( 5 câu)

**Câu 55:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 56:** Phương trình  $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k\pi; x = \beta + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ . Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng

A.  $\frac{3\pi}{2}$

B.  $\frac{\pi}{3}$

C.  $\frac{2\pi}{3}$

D.  $\frac{\pi}{2}$

Câu 57: Nghiệm của phương trình  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$  là:

A.  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 58: Nghiệm của phương trình  $\sin(x + 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  là:

A.  $\begin{cases} x = -90^\circ + k360^\circ \\ x = 90^\circ + k360^\circ \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = -90^\circ + k180^\circ \\ x = 180^\circ + k360^\circ \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = -90^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ + k360^\circ \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = k360^\circ \\ x = 270^\circ + k360^\circ \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 59: Phương trình  $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k\pi; x = \beta + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ . Khi đó  $\alpha\beta$  bằng

A.  $-\frac{\pi^2}{9}$

B.  $-\frac{\pi}{9}$

C.  $-\frac{4\pi^2}{9}$

D.  $\frac{\pi^2}{9}$

Câu 60: Nghiệm của phương trình  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{5} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{5} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 61: Nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{1}{3}$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{1}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x \in \emptyset$

Câu 62: Nghiệm của phương trình  $\sin x = 2$  là:

A.  $x \in \mathbb{R}$

B.  $\begin{cases} x = \arcsin(2) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(2) + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = \arcsin(2) + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x \in \emptyset$

## 2.2. Mỗi liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\cos x = m \ (5 \text{ câu})$

Câu 63: Nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{1}{2}$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 64: Phương trình  $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k\pi; x = \beta + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ . Khi đó  $\alpha\beta$  bằng

A.  $\frac{\pi^2}{144}$

B.  $-\frac{\pi^2}{36}$

C.  $\frac{\pi^2}{6}$

D.  $-\frac{\pi^2}{144}$

Câu 65: Nghiệm của phương trình  $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 66: Nghiệm của phương trình  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$  là:

A.  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 67:** Nghiệm của phương trình  $\cos(x + 60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = 90^\circ + k360^\circ \\ x = -210^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $\begin{cases} x = 90^\circ + k180^\circ \\ x = -210^\circ + k180^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**C.**  $\begin{cases} x = k180^\circ \\ x = -120^\circ + k180^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $\begin{cases} x = k360^\circ \\ x = -120^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 68:** Nghiệm của phương trình  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = \frac{13\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{19\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $\begin{cases} x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{19\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**C.**  $\begin{cases} x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{19\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{19\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 69:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = -\frac{1}{4}$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{4}\right) + k2\pi \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $\begin{cases} x = \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \\ x = -\arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**C.**  $\begin{cases} x = \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $x \in \emptyset$

**Câu 70:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{3}{2}$  là:

**A.**  $x \in \mathbb{R}$

**B.**  $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = -\arccos\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**C.**  $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arccos\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $x \in \emptyset$

**Câu 71:** Phương trình  $\cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k\pi$ ;  $x = \beta + k\pi$ . Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng:

**A.**  $\frac{3\pi}{4}$

**B.**  $\frac{\pi}{2}$

**C.**  $\frac{\pi}{4}$

**D.**  $\frac{5\pi}{4}$

### 2.3. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình có sự biểu diễn qua lại giữa sin và cosin ( 4 câu)

**Câu 72:** Số nghiệm của phương trình  $\cos x + \sin x = 0$  với  $x \in (0; \pi)$

**A.** 1

**B.** 0

**C.** 2

**D.** 3

**Câu 73:** Nghiệm của phương trình  $\sin 2x + \cos x = 0$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**C.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 74:** Phương trình  $\sin 3x - \cos 2x = 0$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + \frac{k2\pi}{5}$ ;  $x = \beta + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng:

**A.**  $\frac{11\pi}{10}$

**B.**  $\pi$

**C.**  $-\frac{2\pi}{5}$

**D.**  $\frac{3\pi}{5}$

**Câu 75:** Nghiệm của phương trình  $\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 3x$  là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 76: Nghiệm của phương trình  $\sin\left(3x - \frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$  là:

**A.**  $x = \frac{25\pi}{72} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = \frac{13\pi}{24} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = -\frac{25\pi}{72} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 77: Nghiệm của phương trình  $\cos 2x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

#### 2.4. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\tan x = m$ ( 3 câu)

Câu 78: Nghiệm của phương trình  $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$  là:

**A.**  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 79: Số nghiệm của phương trình  $\tan x = -\sqrt{3}$  với  $x \in (0; \pi)$

A. 0

B. 2

**C.** 1

D. 3

Câu 80: Nghiệm của phương trình  $\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$  là:

A.  $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 81: Nghiệm của phương trình  $\tan(2x + 30^\circ) = \sqrt{3}$  là:

A.  $x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $x = 15^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = 15^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = 30^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 82: Nghiệm của phương trình  $\tan x = 3$  là:

**A.**  $x = \arctan 3 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = \arctan 3 + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x \in \emptyset$

D.  $x = 3 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

#### 2.5. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\cot x = m$ ( 3 câu)

Câu 83: Nghiệm của phương trình  $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  là:

**A.**  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 84: Nghiệm của phương trình  $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$  có dạng  $x = -\frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m} (k \in \mathbb{Z})$ . Khi đó  $n - m$  bằng

A. -3

**B.** 5

C. -5

D. 3

Câu 85: Phương trình  $\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$  có 1 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ ;  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi đó giá trị gần nhất của  $\alpha$  là :

A.  $\frac{\pi}{42}$

B.  $x = \frac{\pi}{15}$

**C.**  $\frac{\pi}{20}$

D.  $\frac{\pi}{30}$

Câu 86: Nghiệm của phương trình  $\cot(2x) = \frac{1}{4}$  là:

A.  $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{8}\right) + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x \in \emptyset$

**D.**  $x = \frac{1}{2} \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

#### 2.6. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình có sự biểu diễn qua lại giữa tan và cot ( 2 câu)

Câu 87: Nghiệm của phương trình  $\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \tan x = 0$  là:



**A.**  $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$       **B.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$       **C.**  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$       **D.**  $x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 88:** Nghiệm của phương trình  $\tan 2x - \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$  có dạng  $x = \frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m} (k \in \mathbb{Z})$ . Khi đó n.m bằng

**A.** 8      **B.** 32      **C.** 36      **D.** 12

**Câu 89:** Nghiệm của phương trình  $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) = 0$  là:

**A.**  $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$       **B.**  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$       **C.**  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$       **D.**  $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

## 2.7. Mỗi quan hệ giữa nghiệm của phương trình lượng giác thuộc khoảng đoạn cho trước và phương trình. ( 2 câu)

**Câu 90:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

**A.**  $x = \frac{\pi}{6}$       **B.**  $x = \frac{5\pi}{6}$       **C.**  $x = \frac{13\pi}{6}$       **D.** Cả A và B đều đúng

**Câu 91:** Số nghiệm của phương trình  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$  với  $x \in [\pi; 2\pi]$  là:

**A.** 1      **B.** 2      **C.** 0      **D.** 3

**Câu 92:** Số nghiệm của phương trình  $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$  với  $x \in (\pi; 8\pi)$  là:

**A.** 1      **B.** 3      **C.** 2      **D.** 4

**Câu 93:** Số nghiệm của phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

**A.** 1      **B.** 2      **C.** 3      **D.** 0

## 2.8. Phương trình đưa về dạng tích cơ bản bằng cách sử dụng công thức nhân đôi, cung hơn kém ( 2 câu)

**Câu 94:** Nghiệm phương trình  $\sin x + 4\cos x = 2 + \sin 2x$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **B.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **C.**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$       **D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 95:** Phương trình  $\sqrt{2}(\sin x - 2\cos x) = 2 - \sin 2x$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + k2\pi$  ( $0 \leq \alpha, \beta \leq \pi$ ). Khi đó  $\alpha, \beta$  bằng:

**A.**  $\frac{\pi^2}{16}$       **B.**  $-\frac{9\pi^2}{16}$       **C.**  $\frac{9\pi^2}{16}$       **D.**  $-\frac{\pi^2}{16}$

**Câu 96:** Nghiệm phương trình  $\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **B.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **C.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **D.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

## 2.9. Tìm tập xác định hàm số chứa phương trình lượng giác cơ bản (4 câu)

**Câu 97:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos x}$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$       **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$       **C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$       **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 98:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}}$  là:

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

**Câu 99:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1 + \sin x}{\cos\left(4x + \frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)}$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ \frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{7\pi}{20} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ -\frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{7\pi}{20} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ \frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{7\pi}{20} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

**Câu 100:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{2 + \cos 3x + \sin x}{\cos \frac{x}{2} + \cos(2x - 30^\circ)}$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ 84^\circ + k72^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ 132^\circ + k240^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ 28^\circ + k144^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ 134^\circ + k120^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ 84^\circ + k144^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ 140^\circ + k240^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ 84^\circ + k72^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ 140^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

**Câu 101:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\tan x + 1}$  là :

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left( \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$

## 2.10. Câu hỏi khác (2 câu)

**Câu 102:** Với giá trị nào của m thì phương trình  $\sin x + \cos x = m$  có nghiệm

A.  $m \in [-1; 1]$

**B.**  $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

C.  $m \in [0; 1]$

D.  $m \in [1; \sqrt{2}]$

**Câu 103:** Với giá trị nào của m thì phương trình  $\sin^4 x + \cos^4 x = m$  có nghiệm

A.  $m \in [-2; 2]$

B.  $m \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$

C.  $m \in [0; 1]$

**D.**  $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

## Phần 3: Một số dạng phương trình lượng giác cơ bản

### 2.1. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất với 1 hàm số lượng giác

#### • Hàm sin (3 câu)

**Câu 104:** Nghiệm phương trình  $2\sin x - \sqrt{3} = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**C.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 105:** Số nghiệm phương trình  $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 0

B. 2

C. 1

**D.** 3

**Câu 106:** Nghiệm phương trình  $2\sin 2x + \sqrt{3} = 0$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 107:** Nghiệm phương trình  $2\sin(x + 30^\circ) + 1 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = -30^\circ + k360^\circ \\ x = 210^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -60^\circ + k360^\circ \\ x = 120^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = -60^\circ + k180^\circ \\ x = 210^\circ + k180^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = -60^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

•Hàm cosin (3 câu)

Câu 108: Nghiệm phương trình  $2\cos x + 1 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 109: Phương trình  $2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = -\beta + k2\pi$ ; ( $0 \leq \alpha, \beta \leq \pi$ ). Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng:

A.  $\frac{\pi}{6}$  B.  $\frac{2\pi}{3}$  C.  $\frac{\pi}{3}$  D.  $\frac{5\pi}{6}$

Câu 110: Nghiệm phương trình  $2\cos 2x - \sqrt{3} = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 111: Số nghiệm phương trình  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

•Hàm tan (2 câu)

Câu 112: Nghiệm phương trình  $3\tan x - \sqrt{3} = 0$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 113: Nghiệm phương trình  $\sqrt{3}\tan 2x + 3 = 0$  là:

A.  $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 114: Số Nghiệm phương trình  $3\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0$  với  $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$  là:

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

•Hàm cot (2 câu)

Câu 115: Nghiệm phương trình  $3\cot x + \sqrt{3} = 0$  là:

A.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 116: Nghiệm phương trình  $\sqrt{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$  là:

A.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 117: Số nghiệm phương trình  $\sqrt{3}\cot 2x - 1 = 0$  với  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  là:

A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

2.2. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc hai với 1 hàm số lượng giác

•Hàm sin (4 câu): Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác

Câu 118: Nghiệm phương trình  $\sin^2 x + 3\sin x + 2 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin(-2) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(-2) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$C. \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin(-2) + k2\pi \\ x = -\arcsin(-2) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 119:** Nghiệm phương trình  $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$  là:

$$A. \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin(-3) + k2\pi \\ x = -\arcsin(-3) + k2\pi \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin(-3) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(-3) + k2\pi \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

**Câu 120:** Phương trình  $6\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$  có các họ nghiệm có dạng :

$$x = \frac{\pi}{m} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{n} + k2\pi; x = \arcsin\left(\frac{1}{p}\right) + k2\pi; x = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{p}\right) + k2\pi; k \in \mathbb{Z}, (4 \leq m, n \leq 6). \text{ Khi đó } m + n + p \text{ bằng:}$$

A. 11

B. 15

C. 16

D. 17

**Câu 121:** Nghiệm phương trình  $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$  là:

$$A. \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin(-2) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(-2) + k2\pi \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin(2) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(2) + k2\pi \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

**Câu 122:** Phương trình  $2\sin^2 2x - 5\sin 2x + 2 = 0$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k\pi; x = \beta + k\pi; (0 < \alpha, \beta < \pi)$ . Khi đó  $\alpha, \beta$  bằng:

$$A. \frac{5\pi^2}{144}$$

$$B. \frac{5\pi^2}{36}$$

$$C. -\frac{5\pi^2}{144}$$

$$D. -\frac{5\pi^2}{36}$$

**Câu 123:** Phương trình  $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 4\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3 = 0$  có bao nhiêu họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z}); (0 < \alpha < \pi)$

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Không viết thì hiểu  $k \in \mathbb{Z}$

**Hàm cosin (3 câu): Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác**

**Câu 124:** Nghiệm phương trình  $\cos^2 x - \cos x = 0$  là:

$$A. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$B. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$C. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 125:** Số nghiệm phương trình  $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

**Câu 126:** Nghiệm phương trình  $\cos 2x + \cos x = 0$  là:

$$A. \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$B. \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$C. \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 127:** Phương trình  $\cos 2x + 5\cos x + 3 = 0$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác:

A. 5

B. 4

C. 8

D. 2

Không viết thì hiểu  $k \in \mathbb{Z}$

**Hàm tan (2 câu): Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác**

**Câu 128:** Phương trình  $\sqrt{3}\tan^2 x - 2\tan x - \sqrt{3} = 0$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k\pi; x = \beta + k\pi \left(-\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi đó  $\alpha, \beta$  là :

$$A. -\frac{\pi^2}{12}$$

$$B. -\frac{\pi^2}{18}$$

$$C. \frac{\pi^2}{18}$$

$$D. \frac{\pi^2}{12}$$

**Câu 129:** Nghiệm phương trình  $\tan^2 x - 4\tan x + 3 = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(3) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(3) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 130:** Nghiệm phương trình  $\frac{1}{\cos^2 x} - 2\tan x - 4 = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(3) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-3) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**• Hàm cot (2 câu): Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác**

**Câu 131:** Nghiệm phương trình  $\sqrt{3}\cot^2 x - 2\cot x - \sqrt{3} = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 132:** Phương trình  $\cot^2 x + (\sqrt{3} - 1)\cot x - \sqrt{3} = 0$  có hai họ nghiệm là  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ;  $x = -\alpha + k\pi$  ( $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$ ). Khi đó  $2\alpha + \frac{\pi}{3}$  bằng:

- A.  $\frac{2\pi}{3}$  B.  $\pi$  C.  $\frac{4\pi}{3}$  D.  $\frac{5\pi}{6}$

**Câu 133:** Nghiệm phương trình  $\cot^2 x + 2\cot x - 3 = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \operatorname{arccot}(-3) + k\pi \end{cases}$  B.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-3) + k2\pi \end{cases}$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-3) + k\pi \end{cases}$

**Câu 134:** Nghiệm phương trình  $\frac{1}{\sin^2 x} + \sqrt{3}\cot x - 1 = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**• Hàm mở rộng hỗn hợp giữa các hàm (1 câu)**

**Câu 135:** Nghiệm phương trình  $2 + \sin 2x + 2(\sin x + \cos x) = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**2.3. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc bậc 3 với 1 hàm số lượng giác**

**• Hàm sin (2 câu): Dùng công thức nhân đôi, nhân 3, các hằng đẳng thức lượng giác**

**Câu 136:** Nghiệm phương trình  $\sin^3 x + \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$  là:

- A.  $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 137:** Phương trình  $\sin^3 x + 3\sin^2 x + 2\sin x = 0$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác:

- A. 2 B. 5 C. 4 D. 3

**Câu 138:** Phương trình  $\sin 3x + \cos 2x + \sin x + 1 = 0$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác:

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 3

**• Hàm cosin (2 câu): Dùng công thức nhân đôi, nhân 3; các hằng đẳng thức lượng giác**

**Câu 139:** Nghiệm phương trình  $2\cos^3 x + \cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$  là:

**D.** 
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

### D. 1

$$\mathbf{D.} \quad \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**D.**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**D.** 
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**D.**  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

#### D. $M = 7; m = 4$

### D. 0

**D.**  $\frac{9}{4}$

**D.**  $\frac{41}{8}$

**D.**  $\frac{15}{4}$

**Câu 150:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin^2 x + \sin x + 2$  trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  lần lượt là M, m. Khi đó giá trị  $M.m - M$

bằng

A. 14

B. 2

**C. 4**

D. 12

**2.5. Mỗi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với  $\sin x$  và  $\cos x$  và ứng dụng**

**2.5.1. Mỗi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với  $\sin x$  và  $\cos x$  (6 câu)**

**Câu 151:** Nghiệm phương trình  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     B.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$     **C.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 152:** Phương trình  $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 4

B. 3

**C. 1**

D. 2

**Câu 153:** Số nghiệm phương trình  $(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2})^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 0

B. 2

**C. 1**

D. 3

**Câu 154:** Nghiệm phương trình  $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2\sin x$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 155:** Nghiệm phương trình  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     **C.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 156:** Nghiệm phương trình  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + k2\pi$   $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi đó

$\alpha.\beta$  là :

- A.  $-\frac{\pi^2}{12}$     **B.**  $-\frac{5\pi^2}{144}$     C.  $\frac{5\pi^2}{144}$     D.  $\frac{\pi^2}{12}$

**Câu 157:** Nghiệm phương trình  $3\sin 3x + \sqrt{3}\cos 9x = 1 + 4\sin^3 3x$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     **D.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 158:** Nghiệm phương trình  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) - \sqrt{3} \cos(\pi - 2x) = 1$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     **C.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 159:** Nghiệm phương trình  $\cos 2x + \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 2x)$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     C.  $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$     **D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 160:** Nghiệm phương trình  $2(\cos x + \sqrt{3}\sin x)\cos x = \cos x - \sqrt{3}\sin x + 1$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     C.  $\begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$     D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 161:** Nghiệm phương trình  $\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)} = \sqrt{3}$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

## 2.5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm ( 3 câu)

**Câu 162:** Với giá trị nào của m thì phương trình:  $\sin x + m \cos x = \sqrt{5}$  có nghiệm:

- A.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$  B.  $-2 \leq m \leq 2$  C.  $-2 < m < 2$  D.  $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$

**Câu 163:** Với giá trị nào của m thì phương trình:  $m \sin 2x + (m+1) \cos 2x + 2m - 1 = 0$  có nghiệm:

- A.  $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 0 \end{cases}$  B.  $0 \leq m \leq 3$  C.  $0 < m < 3$  D.  $\begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases}$

**Câu 164:** Giá trị của m để phương trình:  $m \sin x + (m-1) \cos x = 2m+1$  có nghiệm là  $-\alpha \leq m \leq \beta$ . Khi đó tổng  $\alpha + \beta$  bằng:

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 8

**Câu 165:** Với giá trị nào của m thì phương trình:  $(m+2) \sin 2x + m \cos^2 x = m - 2 + m \sin^2 x$  có nghiệm:

- A.  $-8 < m < 0$  B.  $\begin{cases} m > 0 \\ m < -8 \end{cases}$  C.  $-8 \leq m \leq 0$  D.  $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -8 \end{cases}$

## 2.5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN ( 3 câu)

**Câu 166:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 1$  lần lượt là M, m. Khi đó tổng M + m bằng

- A.  $2 + \sqrt{3}$  B. -3 C. 2 D. 4

**Câu 167:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  lần lượt là M, m. Khi đó tích M.m bằng

- A.  $\sqrt{2}$  B. 0 C. -1 D. -2

**Câu 168:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = (\sin x - \cos x)^2 + 2 \cos 2x + 3 \sin x \cdot \cos x$  lần lượt là M, m. Khi đó tổng M + m bằng

- A. 2 B.  $\sqrt{17}$  C.  $-\frac{13}{4}$  D.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$

**Câu 169:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{2 \sin x + \cos x + 3}{-\sin x + 2 \cos x + 4}$  lần lượt là M, m. Khi đó tổng M + m bằng

- A.  $\frac{2}{11}$  B.  $\frac{4}{11}$  C.  $\frac{24}{11}$  D.  $\frac{20}{11}$

## 2.6. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc hai

### 2.6.1. Dạng phương trình $a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + c \cos^2 x = 0$ ( 4 câu)

**Câu 170:** Nghiệm phương trình  $\sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x - 3 \cos^2 x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-3) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan 3 + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 171:** Nghiệm phương trình  $3 \sin^2 x - \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{4}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{4}{3}\right) + k\pi \end{cases}$  C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) + k\pi \end{cases}$  D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$

**Câu 172:** Nghiệm phương trình  $4 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + k\pi \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$  C.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  D.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$



**Câu 173:** Nghiệm phương trình  $-4\sin^2 x + 6\sqrt{3}\sin x \cos x - 6\cos^2 x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi \end{cases}$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k2\pi \end{cases}$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k2\pi \end{cases}$

**Câu 174:** Phương trình  $2\sin^2 x + 3\cos^2 x = 5\sin x \cos x$  có 2 họ nghiệm có dạng  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  và  $x = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ); a, b

nguyên dương, phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Khi đó a + b bằng?

- A. 11 B. 7 C. 5 D. 4

## 2.6.2. Dạng phương trình $a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = d$ ( $d \neq 0$ ) (3 câu)

**Câu 175:** Nghiệm phương trình  $6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + k\pi \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$  C.  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$  D.  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$

**Câu 176:** Phương trình  $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 4$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

**Câu 177:** Nghiệm phương trình  $(\sqrt{3} + 1)\sin^2 x - 2\sin x \cos x - (\sqrt{3} - 1)\cos^2 x = 1$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 178a:** Phương trình  $\sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x \cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 1$  có hai họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k\pi$ ;  $x = \beta + k\pi$ . Khi đó  $\alpha + \beta$  là:

- A.  $\frac{\pi}{6}$  B.  $\frac{\pi}{3}$  C.  $\frac{\pi}{12}$  D.  $-\frac{\pi}{2}$

**Câu 178b:** Nghiệm phương trình  $4\sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin(x + \pi)\cos x + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos(x + \pi) = 1$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$  C.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  D.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

## 2.7. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc ba (4 câu)

**Câu 179:** Nghiệm phương trình  $2\sin^3 x + 4\cos^3 x = 3\sin x$  là:

- A.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$  C.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-2) + k2\pi \end{cases}$

**Câu 180:** Nghiệm phương trình  $4\cos^3 x + 2\sin^3 x - 3\sin x = 0$  là:

- A.  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  B.  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  C.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  D.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 181:** Phương trình  $\cos^3 x - 4\sin^3 x - 3\cos x \sin^2 x + \sin x = 0$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A. 6 B. 4 C. 8 D. 2

**Câu 182:** Nghiệm phương trình  $2\cos^3 x = \sin 3x$  là:

- A.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-2) + k2\pi \end{cases}$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$  D.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

**Câu 183:** Nghiệm phương trình  $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x = \sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{3}\sin^2 x \cdot \cos x$  là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 184: Số nghiệm phương trình  $2\cos^3 x = \sin x$  với  $x \in [0; 2\pi]$  là:

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

**2.8. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đối xứng ( 5 câu)**

Câu 185: Nghiệm phương trình  $\cos x + \sin x + \cos x \cdot \sin x = 1$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 186: Phương trình  $(1 - \sin x \cos x)(\sin x + \cos x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  có các họ nghiệm có dạng:

$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin(m) + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin(m) + k2\pi$ . Khi đó giá trị của m là:

A.  $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$  B.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$  C.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$  hoặc  $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$  D.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$  hoặc  $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

Câu 187: Nghiệm phương trình  $2\sin 2x - 2(\sin x + \cos x) + 1 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 188: Phương trình  $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2}\sin 2x$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A. 2 B. 6 C. 8 D. 4

Câu 189: Nghiệm phương trình  $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x \cdot \sin x + 1 = 0$  là:

A.  $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 190: Nghiệm phương trình  $(1 + \sin^2 x)\cos x + (1 + \cos^2 x)\sin x = 1 + \sin 2x$  là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 191: Nghiệm phương trình  $3(\sin x + \cos x) + 2\sin 2x + 3 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases}$$

## 2.9. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bán đối xứng ( 3 câu)

Câu 192: Nghiệm phương trình  $\sin x - \cos x + 4\sin x \cos x + 1 = 0$  là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

Câu 193: Phương trình  $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$  có hai họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + k2\pi$  ( $\alpha, \beta \in [0; \pi]$ ). Khi đó  $\alpha + \beta$  là:

$$\text{A. } \pi \quad \text{B. } \frac{5\pi}{2} \quad \text{C. } \frac{3\pi}{4} \quad \text{D. } \frac{3\pi}{2}$$

Câu 194: Số nghiệm phương trình  $\sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

$$\text{A. } 1 \quad \text{B. } 3 \quad \text{C. } 2 \quad \text{D. } 0$$

Câu 195: Số nghiệm phương trình  $(1 + \sqrt{2})(\sin x - \cos x) + 2\sin x \cos x = 1 + \sqrt{2}$  với  $x \in [0; 2\pi]$  là:

$$\text{A. } 1 \quad \text{B. } 4 \quad \text{C. } 2 \quad \text{D. } 3$$

## 2.10. Phương trình tích cơ bản

### 2.10.1. Chứa nhân tử là $\sin x$ hoặc bội của $x$ ( 2 câu)

Câu 196: Nghiệm phương trình  $\sin 2x - \sin x = 0$  là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 197: Số nghiệm phương trình  $\cos x(1 - \cos 2x) - \sin^2 x = 0$  với  $x \in [0; \pi]$  là

$$\text{A. } 3 \quad \text{B. } 1 \quad \text{C. } 2 \quad \text{D. } 0$$

### 2.10.2. Chứa nhân tử là $\cos x$ hoặc bội của $x$ ( 2 câu)

Câu 198: Nghiệm phương trình  $\sin x(1 + \cos 2x) = \cos^2 x$  là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 199: Nghiệm phương trình  $\sin 2x + \cos 2x = 2\cos x - 1$  là:

$$\text{A. } x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{B. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = k2\pi \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = k2\pi \end{cases} \quad \text{D. } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 200: Phương trình  $\sin 2x \cdot \cos x = \cos 2x + \sin x$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng:

$$\text{A. } \frac{3\pi}{4} \quad \text{B. } \frac{\pi}{3} \quad \text{C. } \frac{\pi}{4} \quad \text{D. } \frac{\pi}{2}$$

Câu 201: Số nghiệm phương trình  $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$  với  $x \in [0; 14]$  là:

$$\text{A. } 3 \quad \text{B. } 2 \quad \text{C. } 1 \quad \text{D. } 4$$

### 2.10.3. Chứa nhân tử là $1 \pm \cos x$ ( 2 câu)

**Câu 202:** Số nghiệm phương trình  $(1 + \cos x)(\sin x - \cos x + 3) = \sin^2 x$  với  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là:

- A. 3                                      B. 1                                      C. 2                                      **D. 0**

**Câu 203:** Nghiệm phương trình  $\sin 2x + \cos 2x = 2\sin x + \cos x$  có dạng:

$x = k2\pi$ ;  $x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin(m) + k2\pi$ ;  $x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin(m) + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ . Giá trị của m là:

- A.  $-\frac{1}{2}$                                       **B.  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$**                                       C.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$                                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 204:** Nghiệm phương trình  $1 + \sin 2x \cdot \cos x = \cos x + \sin 2x$  với là

- A.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                                       **B.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$**                                       C.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                                       D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

#### 2.10.4. Chứa nhân tử là $1 \pm \sin x$ ( 2 câu)

**Câu 205:** Phương trình  $2\cos 2x + \sin x = \sin 3x$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng:

- A.  $\frac{\pi}{3}$                                       **B.  $\frac{3\pi}{4}$**                                       C.  $\frac{\pi}{4}$                                       D.  $\frac{4\pi}{3}$

**Câu 206:** Phương trình  $(1 - \sin x)\sin^2 x - (1 + \cos x)\cos^2 x = 0$  có 3 họ nghiệm có dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + k2\pi$ ;  $x = \gamma + k\pi$ . Khi đó tổng  $\alpha + \beta + \gamma$  bằng:

- A.  $\frac{5\pi}{4}$**                                       B.  $\frac{\pi}{4}$                                       C.  $\frac{5\pi}{2}$                                       D.  $\frac{7\pi}{4}$

**Câu 207:** Số nghiệm phương trình  $(1 + \sin x)(\cos x - \sin x) = \cos^2 x$  với  $x \in [0; 2\pi]$  là

- A. 4                                      B. 1                                      C. 2                                      **D. 3**

**Câu 208:** Số nghiệm phương trình  $\left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2 = \sin^2 x - 3\sin x + 2$  với  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là

- A. 0                                      **B. 1**                                      C. 2                                      D. 3

**Câu 209:** Nghiệm phương trình  $(1 + 2\sin x)^2 \cos x = 1 + \sin x + \cos x$  là

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                                       B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                                       **C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$**                                       D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 210:** Phương trình  $2\cos^3 x + \sin x + \cos 2x = 0$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng:

- A.  $-\frac{\pi}{4}$                                       B.  $\pi$                                       **C.  $\frac{\pi}{4}$**                                       D.  $\frac{\pi}{2}$

#### 2.10.5. Chứa nhân tử chung chẳng hạn như là: $\sin x \pm \cos x$ ; $1 \pm \tan x$ , $\sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha \pm \frac{\pi}{4}\right)$ ( 4 câu)

**Câu 211:** Nghiệm phương trình  $\cos 2x + \sin x + \cos x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                                       **B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$**                                       C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                                       D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 212:** Số nghiệm phương trình  $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

- A. 0                                      B. 1                                      **C. 2**                                      D. 3

**Câu 213:** Phương trình  $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x)\sin(x + \frac{\pi}{4})}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó

$|\beta - \alpha|$  bằng:

- A.  $\frac{8\pi}{3}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{\pi}{6}$       **D.  $\frac{4\pi}{3}$**

**Câu 214:** Nghiệm phương trình  $\sin^2 x \cdot \cos x - \cos 2x + \sin x - \sin x \cdot \cos^2 x - \cos x = 0$  là:

- A.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$

**Câu 215:** Số nghiệm phương trình  $\frac{(1 + \cos 2x + \sin 2x)\cos x + \cos 2x}{1 + \tan x} = \cos x$  với  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  là:

- A. 0      **B. 1**      C. 2      D. 3

**Câu 216:** Nghiệm phương trình  $\sin 3x + (1 - \cos x) \cdot \cos 2x = (\sin x + 2 \cos x) \sin 2x$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **D.**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**2.10.6. Chứa nhân tử nhờ mối liên hệ giữa các hệ số, nhằm nghiệm đặc biệt ( 3 câu)**

**Câu 217:** Số nghiệm phương trình  $\sin 2x + 2 \tan x = 3$  với  $x \in [\frac{\pi}{4}; \pi]$  là:

- A. 0      **B. 1**      C. 2      D. 3

**Câu 218:** Số nghiệm phương trình  $2 \sin 2x - \cos 2x = 7 \sin x + 2 \cos x - 4$  với  $x \in (0; \pi)$  là:

- A. 4      B. 1      **C. 2**      D. 3

**Câu 219:** Phương trình  $\sin 3x + 2 \cos 2x = 3 + 4 \sin x + \cos x (1 + \sin x)$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi$ ;  $x = \beta + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó

$|\beta - \alpha|$  bằng:

- A.**  $\frac{3\pi}{2}$       B.  $\pi$       C.  $\frac{\pi}{2}$       **D.  $\frac{3\pi}{4}$**

**Câu 220:** Phương trình  $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A. 6      B. 5      C. 2      **D. 4**

**Câu 221:** Phương trình  $3 \sin x + 2 \cos x = 2 + 3 \tan x$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = k2\pi$ ;  $x = \arctan(m) + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó giá trị của m là

- A.  $\frac{2}{3}$       **B.  $-\frac{2}{3}$**       C.  $\frac{1}{3}$       **D.  $-\frac{1}{3}$**

**Câu 222:** Nghiệm phương trình  $\cos^2 3x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$  là:

- A.**  $x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$       B.  $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$       C.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$       **D.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$**

**2.11. Phương trình tích nâng cao: Sử dụng hỗn hợp nhiều công thức ( 5 câu)**

**Câu 223:** Nghiệm phương trình  $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$  là:

- A.**  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$       B.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$       C.  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$       **D.  $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$**

**Câu 224:** Nghiệm phương trình  $\sin 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$  là:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **B.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$       **D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$



$$C. \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 235:** Số nghiệm phương trình  $\tan x + \tan^2 x + \tan^3 x + \cot x + \cot^2 x + \cot^3 x = 6$  với  $x \in (0; \pi)$  là:

A. 3

**B. 1**

C. 2

D. 0

**2.13. Mỗi quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác có dạng  $\sin^{2n}$  và  $\cos^{2n}$  ( 3 câu)**

**Câu 236:** Nghiệm phương trình  $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 2x$  là:

$$A. \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$B. \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$C. \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 237:** Nghiệm phương trình  $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$  là:

$$A. x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$B. x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$C. x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 238:** Số nghiệm phương trình  $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4}\sin^2 2x$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 4

B. 1

**C. 2**

D. 3

**Câu 239:** Số nghiệm phương trình  $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = 1 - 2\sin x$  với  $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$  là:

**A. 0**

B. 1

C. 2

D. 3

**2.14. Mỗi quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng công thức hạ bậc ( 3 câu)**

**Câu 240:** Nghiệm phương trình  $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$  là:

$$A. \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{7} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$B. \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{k\pi}{11} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$C. \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{9} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{9} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 241:** Nghiệm phương trình  $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$  là:

$$A. \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$B. \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$C. \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 242:** Nghiệm phương trình  $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$  là:

$$A. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$B. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$C. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$D. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 243:** Số nghiệm phương trình  $\sin^2 3x + \sin^2 4x = \sin^2 5x + \sin^2 6x$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 10

B. 13

C. 12

**D. 11**

**Câu 244:** Số nghiệm phương trình  $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 0

**B. 2**

C. 1

D. 3

**Câu 245:** Số nghiệm phương trình  $8\cos^4 x = 1 + \cos 4x$  với  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là:

A. 0

B. 2

**C. 1**

D. 3

**2.15. Mỗi quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng cung hơn kém ( 2 câu)**

**Câu 246:** Nghiệm phương trình  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin 2x = 0$  là:

A.  $x = \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 247:** Số nghiệm phương trình  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sin x = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 248:** Nghiệm phương trình  $3\sin^2 x \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3\sin^2 x \cdot \cos x = \sin x \cdot \cos^2 x + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cos x$  là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

## 2.16. Mỗi quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ ( 2 câu)

**Câu 249:** Số nghiệm phương trình  $8\cos^3\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos 3x$  với  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 250:** Số nghiệm phương trình  $\sin\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2}\right)$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 4

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 251:** Nghiệm phương trình  $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 3 - \frac{3}{\cos x + \sqrt{3}\sin x + 1}$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

## 2.17. Mỗi quan hệ giữa nghiệm và một số phương trình lượng giác qua các kì thi ĐH (4 câu)

**Câu 252: (Khối A-2011):** Nghiệm phương trình  $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \cdot \sin 2x$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 253: (Khối A-2006):** Nghiệm phương trình  $\frac{2(\sin^6 x + \cos^6 x) - \sin x \cdot \cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x \in \emptyset$

C.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 254: (Khối B-2010):** Phương trình  $(\sin 2x + \cos 2x)\cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0$  có nghiệm  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{n} (k \in \mathbb{Z}), n \in \mathbb{R}$ . Khi đó giá trị n là

A. 2

B. 1

C. 4

D. 8

**Câu 255: (Khối A-2002):** Số nghiệm phương trình  $5(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}) = \cos 2x + 3$  với  $x \in (0; 2\pi)$  là:

A. 4

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 256: (Khối D-2005):** Số nghiệm phương trình  $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos(x - \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(3x - \frac{\pi}{4}) - \frac{3}{2} = 0$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 257: (Khối B-2006):** Nghiệm phương trình  $\cot x + \sin x(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}) = 4$  là:



A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 258: (Khối A-2008):** Số nghiệm phương trình  $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin(x - \frac{3\pi}{2})} = 4\sin(\frac{7\pi}{4} - x)$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 4

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 259: (Khối D-2011):** Nghiệm phương trình  $\frac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

## 2.18. Câu hỏi khác ( 2 câu)

**Câu 260:** Số nghiệm phương trình  $(\sin x + \sqrt{3}\cos x)\sin 3x = 2$  với  $x \in [0; \pi]$  là:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 261:** Số nghiệm phương trình  $\sin^{2007} x + \cos^{2008} x = 1$  với  $x \in (0; 2\pi)$  là:

A. 4

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 262:** Nghiệm phương trình  $\sin^{10} x + \cos^{10} x = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^2 2x + 4\cos^2 2x}$  là:

A.  $x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

D.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 263:** Phương trình  $2\sin 3x(1 - 4\sin^2 x) = 1$  có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 8

B. 16

C. 12

D. 7